

Influența înălțimii plafonului de nori asupra poziției locului de cădere a trăsnetului

Prof. dr. ing. Ovidiu Centea-UTCB;

ocentea@instal.utcb.ro

Dr.ing. Eleonora Ștefănescu S. C. VIROMET S. A.

estefanescu@instal.utcb.ro

Elemente generale

1. În câteva articole [1,2,...,6] au fost dezvoltate elementele de bază ale unei teorii originale privind modul de determinare a locului de impact cu solul al trăsnetului. Această teorie, denumită

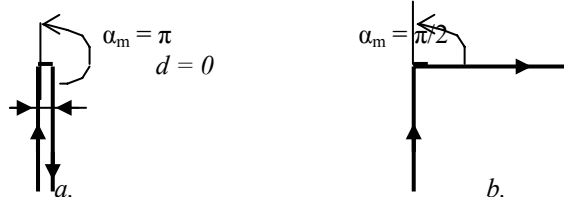


Fig. 1. Vârful a. este mai ascuțit decât muchia b.

Conform acestei teoreme, descărcarea prin trăsnet se produce între două puncte aflate pe suprafața plafonului de nori, respectiv pe suprafața solului, puncte în care intensitatea câmpului electric depășește o anumită valoare critică. În asemenea puncte are loc un proces de ionizare a aerului, care determină producerea a doi lideri – unul descendent, al doilea – ascendent: descărcarea va fi canalizată de cei doi lideri.

Teorema II: În lungul unui contur echipotențial –așa cum este considerată suprafața solului împreună cu cea a construcțiilor înălțate pe sol-, punctele de intensitate mărită a câmpului electric se localizează acolo unde există vârfuri convexe ale conturului.

În ipoteza că cele două laturi care formează vârful se intersectează fără rotunjire, în vârful convex ia naștere un câmp electric de intensitate infinită. Ordinul de mărime al acestui infinit mare se calculează cu relația [6]:

$$\gamma_m = \frac{1}{1 + \frac{\pi}{\alpha_m}} = \frac{\alpha_m}{\pi + \alpha_m} \quad (1)$$

În această relație α_m reprezintă unghiul cu care trebuie rotită latura de ieșire din vârf pentru ca ea să ajungă în prelungirea laturii de intrare.

în continuare *teoria electrostatică*, se bazează pe următoarele teoreme fundamentale:

Teorema I: Factorul determinant în stabilirea locului în care trăsnetul atinge solul este intensitatea câmpului electric și distribuția sa pe suprafața pământului.

Se observă că ordinul de mărime al infinitului mare reprezentat de intensitatea câmpului electric într-unul dintre vârfurile unui contur echipotențial depinde de acest unghi. În figura 1. sunt reprezentate două situații frecvent întâlnite. Vârful a. este mai ascuțit decât vârful b., $\gamma_{ma} > \gamma_{mb}$, raportul $\gamma_{ma}/\gamma_{mb} = 3/2 > 1$. Înseamnă că intensitatea câmpului într-un vârf de tipul a. (care corespunde unei tije-dispozitiv de captare vertical) este mai mare decât cea dintr-un colț de tipul b. (muchia unei construcții).

Teorema III: Studiul distribuției câmpului electric pe suprafața solului în vederea determinării locului de cădere a trăsnetului trebuie efectuat luând în considerare fenomenul electrostatic.

În continuare se va considera că înălțimea plafonului de nori deasupra pământului este finită. După cum se va vedea, în acest caz forma suprafeței pământului influențează distribuția intensității câmpului la nivelul norilor, pe suprafața acestora situându-se un punct în care intensitatea este maximă; cu o anumită probabilitate, descărcarea la nivelul norilor își va avea piciorul în acest punct. Configurația luată în considerare este înfățișată în figura 2: plafonul de nori se află la o înălțime H deasupra solului, iar pe suprafața acestuia este montată o

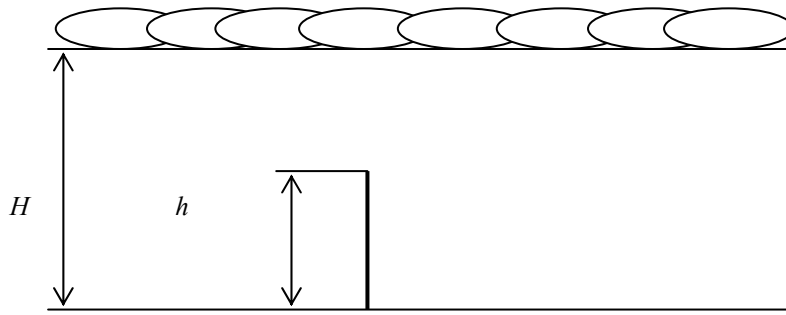


Fig. 2. Configurația sol +plafon de nori la înălțime finită.

tijă de înălțime h , legată la pământ și care servește drept dispozitiv de captare al instalației de paratrăsnet. Solul se găsește la potențialul nul, iar norii – la potențialul U_0 .

Conform acestei teoreme, cele două extremități ale descărcării electrice (trăsnetului) au poziția determinată în cursul fazei electrostatice, care premerge momentului descărcării propriu-zise: ele se vor găsi în punctele de pe cele două suprafețe (nori – sol) în care câmpul electric a obținut intensități maxime. Din momentul producerii descărcării, evoluția fenomenelor nu mai este influențată de configurația pre-mergătoare a câmpului.

Teorema IV: *Locul de impact cu solul al trăsnetului se determină cu o anumită probabilitate.*

Cele patru teoreme și relațiile de calcul pentru determinarea poziției punctului de impact cu solul al trăsnetului stabilite pe această bază în lucrările citate se sprijină pe ipoteza că *plafonul de nori, asimilat cu un plan infinit, paralel cu fața pământului, se găsește la o înălțime foarte mare, teoretic infinită, deasupra acesteia.* În realitate, plafonul de nori prezintă spre pământ o suprafață de o formă aleatorie, cu totul diferită de cea plană și de dimensiuni finite; înălțimea plafonului de nori deasupra pământului este, de asemenea, finită, ea reducându-se, adeseori, la câteva sute de metri, uneori fiind comparabilă cu înălțimea construcțiilor de pe sol.

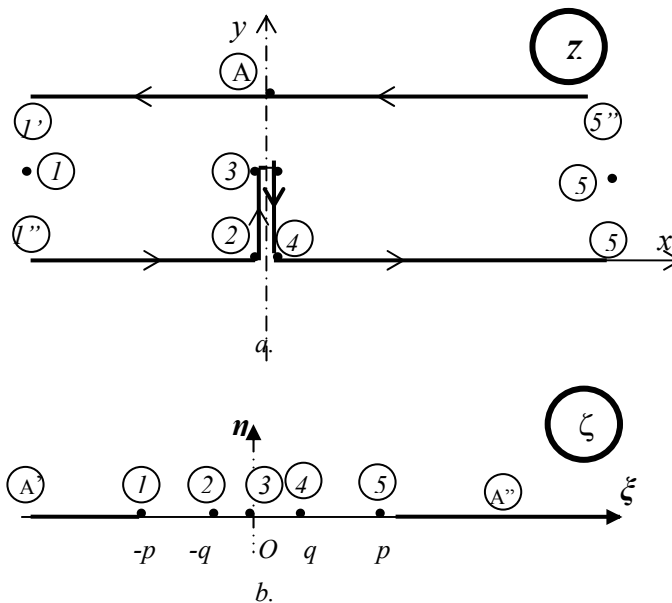


Fig. 3. Conturul plafon de nori – (sol + paratrăsnet) în planul \underline{z} (a.) și desfășurata sa în planul $\underline{\zeta}$ (b.), obținută printr-o transformare Schwarz-Christoffel.

Forma suprafeței norilor este imprevizibilă, de aceea influența ei trebuie trecută în rândul factorilor care, conform teoremei IV, determină probabilitatea determinării poziției locului de impact cu solul al trăsnetului.

În ceea ce privește înălțimea plafonului de nori, aceasta a fost considerată infinită nu-mai în scopul de a se obține relații de calcul analitic de o formă cât mai simplă. Ipoteza admisă face ca, la nivelul plafonului de nori, intensitatea câmpului electric să fie constantă în modul, direcție și sens, nefiind influențată de forma suprafeței pământului.

Înălțime a plafonului de nori finită

Figurile 3a și 3b prezintă conturul simplificat nori-pământ în planul complex \underline{z} , respectiv $\underline{\zeta}$, cele două mărimi complexe fiind exprimate prin relațiile

$$\underline{z} = x + jy, \quad \underline{\zeta} = \zeta + j\eta. \quad (2)$$

Transformarea conturului dintr-un plan în celălalt se face cu ajutorul formulei Schwarz-Christoffel

$$\underline{z} = \underline{A} \int f(\underline{\zeta}) d\underline{\zeta} + \underline{B}. \quad (3)$$

În relația (3) \underline{A} și \underline{B} sunt niște constante, iar $f(\underline{\zeta})$ este funcția de structură, a cărei expresie, pentru cazul studiat, este

$$f(\underline{\zeta}) = \frac{\underline{\zeta}}{(\underline{\zeta}^2 - p^2) \sqrt{\underline{\zeta}^2 - q^2}}. \quad (4)$$

Expresia (4) este valabilă în cazul în care deschiderea poligonului s-a făcut în punctul A, punct de simetrie pentru contur; în acest caz punctul A este aruncat la infinit, iar punctele 1 și 5, respectiv 2 și 4 se vor găsi amplasate simetric în raport cu punctul de simetrie 3, adus în originea sistemului de coordonate $O\xi\eta$.

Integrarea expresiei care apare în relația (3) se realizează prin substituția $\underline{\zeta}^2 = \underline{t}$. Efectuând calcule simple, se găsește că

$$\underline{z} = \frac{\underline{A}}{2} \frac{1}{\sqrt{p^2 - q^2}} \ln \frac{\sqrt{\underline{\zeta}^2 - q^2} + \sqrt{p^2 - q^2}}{\sqrt{\underline{\zeta}^2 - q^2} - \sqrt{p^2 - q^2}} + \underline{B}. \quad (5)$$

Pentru determinarea constantelor \underline{A} , \underline{B} , p și q , stau la dispoziție următoarele condiții la limite:

În punctul 3, $\underline{z} = jh$, $\underline{\zeta} = 0$; în punctul 4, $\underline{z} = 0$, $\underline{\zeta} = q$; în punctul 5, $\underline{\Delta z} = jH$, $\underline{\zeta} = p$; în punctul A, $\underline{z} = jH$, $\underline{\zeta} = \infty$.

Relației (5) i se aplică condițiile din punctul 5: notând $\underline{\Delta z} = jH$, $\underline{\zeta} = p + \rho$, $\rho = \rho e^{j\theta}$, dacă se consideră o rază $\rho = \text{const.}$, rezultă $d\underline{\zeta} = d\rho = j\rho e^{j\theta} d\theta$, așa încât

$$\begin{aligned} \underline{\Delta z} = jH &= \underline{A} \int \frac{p d\rho}{2 p \rho \sqrt{p^2 - q^2}} = \\ &= \underline{A} \int_{\pi}^0 \frac{p \cdot j \rho e^{j\theta} d\theta}{2 p \rho e^{j\theta} \sqrt{p^2 - q^2}} = -j \frac{\pi}{2} \frac{\underline{A}}{\sqrt{p^2 - q^2}}, \end{aligned}$$

de unde

$$\underline{A} = \frac{2}{\pi} \sqrt{p^2 - q^2} H. \quad (6)$$

În punctul 4,

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\underline{A}}{2} \frac{1}{p^2 - q^2} \ln(\infty) + \underline{B} = \\ &= \frac{\underline{A}}{2} \frac{1}{\sqrt{p^2 - q^2}} j\pi + \underline{B}, \end{aligned}$$

de aceea

$$\underline{B} = \frac{\pi}{2} \frac{\underline{A}}{\sqrt{p^2 - q^2}} = jH. \quad (7)$$

Cu acestea,

$$\frac{\underline{z} - jH}{H} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sqrt{\underline{\zeta}^2 - q^2} + \sqrt{p^2 - q^2}}{\sqrt{\underline{\zeta}^2 - q^2} - \sqrt{p^2 - q^2}}. \quad (8)$$

Relația (8), în care \underline{z} este funcție de $\underline{\zeta}$, poate fi răsturnată, pentru a exprima pe $\underline{\zeta}$ ca o funcție de \underline{z} . Se obține

$$\underline{\zeta} = \frac{\sqrt{p^2 \text{Ch}^2\left(\frac{\pi \underline{z} - jH}{2H}\right) - q^2}}{\text{Sh}\left(\frac{\pi \underline{z} - jH}{2H}\right)}. \quad (9)$$

Între constantele p și q există o relație care se obține înlocuind în formula (9) coordonatele corespunzătoare punctului 3:

$$0 = \frac{\sqrt{p^2 \text{Ch}^2\left(j \frac{\pi H - h}{2H}\right) - q^2}}{\text{Sh}\left(j \frac{\pi H - h}{2H}\right)};$$

de aici rezultă relația

$$\sin\left(\frac{\pi h}{2H}\right) = \frac{q}{p}. \quad (10)$$

Conform teoriei, una dintre constantele care intră în expresia (10) poate fi aleasă în mod arbitrar^{*)}; considerând $p = 1$, relația (10) primește forma

$$\mathbf{q} = \sin\left(\frac{\pi \mathbf{h}}{2 \mathbf{H}}\right). \quad (11)$$

Cu determinarea lui $q = f(h/H)$, partea geometrică a transformării Schwarz-Christoffel este încheiată.

Pentru a utiliza această transformare în vederea studierii câmpului electric, se calculează *intensitatea câmpului electric într-un punct din planul \underline{z}* cu relația

$$\underline{\mathbf{E}}_z^* = \frac{d\mathbf{W}}{d\underline{\mathbf{z}}} = \frac{d\mathbf{W}}{d\underline{\zeta}} \frac{d\underline{\zeta}}{d\underline{\mathbf{z}}} = \underline{\mathbf{E}}_\zeta^* \frac{1}{f(\underline{\zeta})} \quad (**), \quad (12)$$

unde \underline{W} reprezintă *potențialul electric complex* într-un punct de afix \underline{z} în planul \underline{z} , căruia-i corespunde punctul de afix $\underline{\zeta}$ în planul $\underline{\zeta}$; în relația (12)

$$\underline{\mathbf{E}}_\zeta^* = \frac{d\mathbf{W}}{d\underline{\zeta}} \quad (13)$$

reprezintă *conjugata intensității câmpului electric într-un punct din planul $\underline{\zeta}$* .

În planul $\underline{\zeta}$, zona îngroșată în figura 3b a axei $O\xi$, care corespunde plafonului de nori, se află la potențialul \underline{U}_0 , iar zona trasată subțire, care corespunde solului, se află la potențialul nul. Conform [9], pentru această situație, potențialul complex într-un punct oarecare $\underline{\zeta}$ se calculează cu relația

$$\underline{W} = \frac{1}{\pi} [U_0 \ln(\underline{\zeta} + p) - U_0 \ln(\underline{\zeta} - p)] + jU_0. \quad (14)$$

Utilizând formula (13), se obține

$$\underline{\mathbf{E}}_\zeta^* = \frac{2}{\pi} \frac{\mathbf{p}}{\underline{\zeta}^2} \mathbf{U}_0. \quad (15)$$

Înlocuind acum pe (5) și (15) în formula (12), rezultă că

$$\underline{\mathbf{E}}_z^* = \frac{2}{\pi} \frac{\mathbf{p} \sqrt{\underline{\zeta}^2 - \mathbf{q}^2}}{\underline{\zeta}} \mathbf{U}_0; \quad (16)$$

^{*)} Transformarea Schwarz-Christoffel lasă, în principiu, două constante a căror valoare poate fi aleasă în mod arbitrar; în loc să se aleagă valorile constantelor se pot impune două relații arbitrare între acestea. În cazul de față s-a pus condiția ca originea sistemului $O\xi\eta$ să corespundă punctului 3 din planul \underline{z} și s-a ales valoarea $p = 1$.

^{***)} De fapt, $\underline{\mathbf{E}}^*$ reprezintă valoarea conjugată a mărimii complexe \underline{E} .

$\underline{\mathbf{E}}_z^*$ reprezintă *expresia conjugată a intensității complexe a câmpului electric în planul \underline{z} , exprimată prin intermediul coordonatei $\underline{\zeta}$, care poate fi considerată drept parametru*.

În punctul 5, la distanță infinită în planul \underline{z} ($\underline{z} =$ și $\underline{\zeta} = p$), conform relației (16)

$$\underline{\mathbf{E}}_{z=5}^* = \frac{2}{\pi} \sqrt{\mathbf{p}^2 - \mathbf{q}^2} \mathbf{U}_0. \quad (17)$$

Dacă se împart cele două formule (16) și (17) între ele, se obține *expresia intensității relative a câmpului electric în planul \underline{z}* , sub forma

$$\underline{\mathbf{e}}_z^* = \frac{\underline{\mathbf{E}}_z^*}{\underline{\mathbf{E}}_{z=5}^*} = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\mathbf{p}^2 - \mathbf{q}^2}} \frac{\sqrt{\underline{\zeta}^2 - \mathbf{q}^2}}{\underline{\zeta}}. \quad (18)$$

În acest moment este posibil să se studieze distribuția intensității relative a câmpului pe suprafețele care interesează: cea a solului și cea a plafonului de nori^{*)}.

Pe suprafața solului: în punctele 1 și 5, unde $\underline{\zeta} = \mp p$, așa cum s-a văzut deja, $e_z = 1$. Pe măsura apropierea de punctele 2, respectiv 4, unde $\underline{\zeta} = \mp q$, câmpul electric scade, atingând valoarea minimă zero în 2 și 4, colțurile concave ale construcției. În continuare, când punctul de calcul se apropie de vârful paratrăsnetului, 3, aflându-se pe "marginile" acestuia, unde $\underline{\zeta} = j\eta$, relația (17) arată că

$$\underline{\mathbf{e}}_z^* = \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\mathbf{p}^2 - \mathbf{q}^2}} \frac{\sqrt{\eta^2 + \mathbf{q}^2}}{\eta}; \quad (19)$$

în vârful paratrăsnetului, unde $\eta = 0$, e_z tinde către infinit, în concordanță cu cele arătate în legătură cu figura 1.

Distribuția descrisă a intensității câmpului electric pe sol este asemănătoare cu cea obținută în studiile anterioare, în care plafonul de nori era considerat la înălțime infinită. *Pe suprafața îndreptată spre pământ a norilor*, considerați a fi aflați la o înălțime finită, apar însă diferențe față de cazul când înălțimea lor este infinit de mare. În vederea examinării acestei situații este necesar să se cunoască expresia obținută de parametru $\underline{\zeta}$ de-a lungul suprafeței norilor, unde $\underline{z} = x + jH$; determina-rea lui $\underline{\zeta}$ se realizează cu ajutorul formulei (9), în care

^{*)} În continuare, la determinarea intensității câmpului electric (absolută sau relativă) se ia în considerare numai modulul ei.

$$\underline{\xi} = \frac{\sqrt{p^2 Ch^2 \left(\frac{\pi \underline{z}}{2 H}\right) - q^2}}{\text{Sh}\left(\frac{\pi \underline{z}}{2 H}\right)} \quad (20)$$

și, cu relația (18),

$$e_z = \frac{\text{Ch}\left(\frac{\pi \xi}{2 H}\right)}{\sqrt{\text{Ch}^2\left(\frac{\pi \xi}{2 H}\right) - q^2}}. \quad (21)$$

Expresia (21) arată că, pentru $\xi =$, adică în punctul 5 (sau 1), $e_z = 1$; prin urmare, câmpul electric nu este influențat de prezența paratrăsnetului pe sol. Pe măsură apropierea de axa $\xi = 0$, câmpul electric crește: chiar în axa $\xi = 0$ (axa para-trăsnetului), intensitatea câmpului la nivelul norilor obține valoarea maximă

$$e_{z \max} = \frac{1}{\sqrt{1 - q^2}} \quad (22)$$

sau, ținând seama de relația (11),

$$e_{z \max} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi h}{2 H}\right)}, \quad (23) \text{ un-}$$

de s-a considerat, din nou, că $p = 1$.

Prin urmare, spre deosebire de cazul plafonului de nori la înălțime infinită când, indiferent de profilul solului, intensitatea câmpului la nivelul acestui plafon era uni-formă, dacă norii se află la o înălțime finită, neregularitățile de pe suprafața pământului influențează distribuția intensității câmpului electric nu numai la nivelul solului, ci și pe cea de la nivelul norilor.

În cazul studiat aci, acela al paratrăsnetului singular la suprafața solului, intensitatea câmpului de-a lungul plafonului de nori obține o valoare maximă în dreptul paratrăsnetului, - punctul de pe pământ (de potențial zero) aflat la cea mai mică apropiere de suprafața de potențial constant U_0 a norilor.

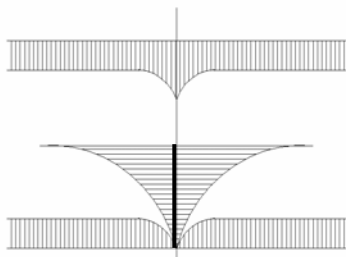


Fig. 4. Distribuția intensității relative a câmpului electric de-a lungul solului și a plafonului de nori.

Conform teoriei expuse în această lucrare, este probabil ca leade-rul descendent să se dezvolte din acest punct, care, de aceea, constituie piciorul trăsnetului aflat pe suprafața norilor.

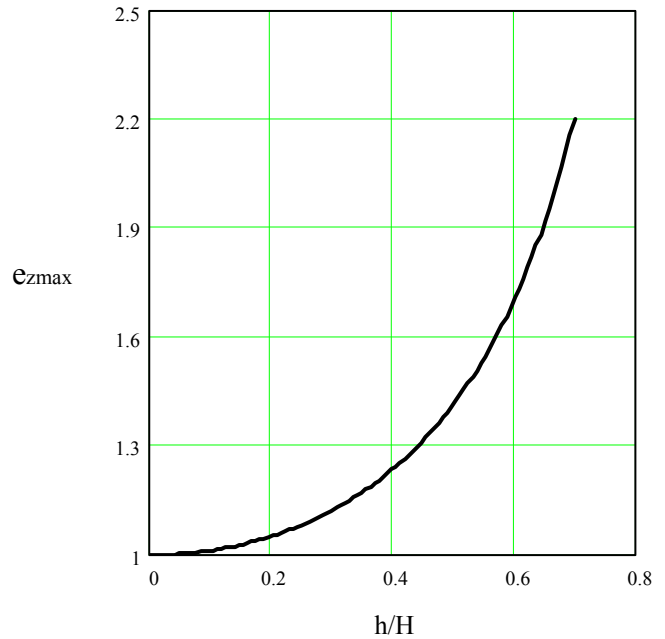


Fig. 5. Variația intensității maxime a câmpului electric la nivelul norilor cu înălțimea relativă a paratrăsnetului.

Figura 4 prezintă calitativ distribuția intensității relative a câmpului electric de-a lungul celor două suprafețe de interes, iar figura 5 reproduce grafic formula (23), scoțând în evidență creșterea intensității maxime a câmpului electric la nivelul norilor odată cu raportul h/H .

Exemplu. În cazul unui paratrăsnet care are vârful la înălțimea $h = 70 \text{ m}$ deasupra solului, înălțimea plafonului de nori fiind de $H = 100 \text{ m}$, în dreptul paratrăsnetului se constată la nivelul norilor că intensitatea relativă maximă a câmpului electric este de $e_{z \max} = 2,2$. Dacă, în atmosferă, câmpul electric neperturbat de construcțiile de pe sol este de 15 kV/m , paratrăsnetul determină producerea, pe suprafața norilor, a unui câmp de intensitate $2,2 \cdot 15 = 33 \text{ kV}$, capabil să determine ionizarea și, deci – inițierea unui leader descendent.

L'influence de l'hauteur du plafond des nuages sur la position du point d'impact de la foudre

Résumé

Dans l'article on étudie l'influence de l'hauteur du plafond des nuages au-dessus du sol sur l'intensité du champ électrique au niveau de ce plafond. En contraste avec le cas des nuages considérés à une hauteur infinie, -quand le champ électrique au niveau de leur entière surface est uniforme-, si le plafond des nuages se trouve à une hauteur finie, le champ électrique a une intensité maximum au-dessus du parafoudre (le point du sol le plus rapproché des nuages); ce point représentera, avec une certaine probabilité, l'extrémité de la foudre située sur la surface des nuages. Dans l'article on déduit la dépendance de cette intensité par rapport à l'hauteur relative du parafoudre.

Der Einfluss der Höhe des Wolkenniveaus über die Lage des Blitzstosspunktes

Zusammenfassung

In der Facharbeit wird der Einfluss des Wolkenniveaus über den Erdboden auf die elektrische Feldstärke, welche an deren Oberfläche entsteht, untersucht. Im Kontrast zu dem Fall, wenn die Wolken an einer unendlichen grossen Höhe über dem Niveau des Bodens sind, - wenn die Feldstärke konstant ist überall, an deren Oberfläche, im Falle einer begrenzten Höhe der Wolken, wird die elektrische Feldstärke einen maximalen Wert genau über die Spitze der Blitzableiterstange haben, (wo der Abstand zwischen dem Erdboden und die Wolken minimal ist); die Extremität des Blitzes, welche an der Oberfläche der Wolken sich befindet, wird, mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, dieser Punkt sein. In der Facharbeit wird die Verbindung zwischen der maximalen Feldstärke an der Oberfläche der Wolken und der relativen Höhe der Blitzableitstange festgestellt.

Bibliografie

- [1] CENTEA, O.: *Efectul de ecranare al elementelor de captare orizontale ale unei instalații de paratrăsnet*, A XIX-a Conferință de instalații, Sinaia, **1985**.
- [2] CENTEA, O.: *Eficiența protecției instalațiilor de paratrăsnet*, A XXIX-a Conferință de instalații și a IV-a Conferință de instalații electrice și automatizări, Sinaia, **1995**.
- [3] CENTEA, O.: *Efectul de protecție al paratrăsnetului cu dispozitiv de captare vertical*, Sesiunea științifică Catedra de Electrotehnică, Universitatea POLITEHNICA, București, **1995**.
- [4] CENTEA, O.: *Efectul de protecție al paratrăsnetului cu dispozitiv de captare orizontal*, Sesiunea științifică Catedra de Electrotehnică, Universitatea POLITEHNICA, București, **1996**.
- [5] CENTEA, O.; ȘTEFĂNESCU, ELEONORA: *Modele experimentale pentru studiul câmpurilor potențiale*, A II-a Sesiune științifică a Facultății de pompieri "SIGPROT", București, **28 mai 1999**.
- [6] CENTEA, O.: *Patru teoreme privind determinarea locului de impact cu solul al trăsnetului*, Sesiunea științifică a Facultății de Instalații, București, **1998**.
- [7] CRAMARIUC, R.: *Transformări conforme în fizică și electrotehnică*, Editura tehnică, București, **1984**.
- [8] GARY, C.: *La foudre*, Masson, Paris-Milan-Barcelone, **1995**.
- [9] GAVRILĂ, H.; CENTEA, O.: *Teoria modernă a câmpului electromagnetic și aplicații*, Editura B. I.C. ALL, București, **1998**.